

## FÍSICA DE PARTÍCULAS - 6

48. a) muestre que para  $u^{(1)}$  y  $u^{(2)}$  la componente de abajo,  $u_B$  es de orden  $v/c$  respecto a la de arriba  $u_A$ ,  
 b) Si el eje  $z$  está en la dirección del movimiento escribe explícitamente  $u^{(1)}$  y luego construya los restantes 3 espinores. Verifique que son autoestados de  $S_z$  y calcule los autovalores.  
 c) Construya los espinores normalizados  $u^{(+)}$  y  $u^{(-)}$  que representan un electrón de momento  $\mathbf{p}$  y helicidad  $\pm 1$ . Verifique las ecuaciones de Dirac en el espacio de impulsos y que son autoestados del operador helicidad con autovalores  $\pm 1$

49. a) construya el hamiltoniano para la ecuación de Dirac,  
 b) calcule el conmutador con el momento angular orbital  $\mathbf{L}$ ,  
 c) ídem con  $\mathbf{S} = \hbar/2 \boldsymbol{\Sigma}$ ,  
 d) muestre que  $H$  conmuta con  $\mathbf{L} + \mathbf{S}$ ,  
 e) muestre que cada biespinor es autoestado de  $\mathbf{S}^2$ . Determine entonces el valor del espín para una partícula que obedece la ecuación de Dirac.

50. El operador conjugación de carga se define como  $\psi_c = i \gamma^2 \psi^*$ , calcule los conjugados de carga para  $u^{(1)}$  y  $u^{(2)}$  y compárelos con  $v^{(1)}$  y  $v^{(2)}$ .

51. a) muestre que siempre se puede elegir un gauge en el que  $A^0 = 0$ ,  
 b) considere una transformación de gauge de un potencial de onda plana:

$$A^\mu(x) = a e^{-i/\hbar \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} \epsilon^\mu(\mathbf{s}),$$

usando la función de gauge  $\lambda = i/\hbar \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}$  a  $e^{-i/\hbar \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}}$ . Muestre que esta es una función  $\lambda$  admisible y que esta transformación de gauge tiene por efecto transformar  $\epsilon^\mu \rightarrow \epsilon^\mu + k p^\mu$ . (este resultado muestra que un resultado invariante gauge tiene que permanecer invariante ante este cambio). ¿Para que valor de  $k$  se tiene el gauge de Coulomb?

52. a) Escriba una formula para el calculo de trazas en el caso de v-v y mixto u-v, v-u.  
 b) muestre que  $\gamma^0 \gamma^\mu \dagger \gamma^0 = \gamma^\mu$   
 c) Si  $\Gamma$  es un producto de matrices gamma, muestre que  $\gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0$  es el mismo producto pero tomado en orden inverso.

53. a) Calcule la amplitud para la aniquilación  $e + e \rightarrow \gamma + \gamma$ .  
 b) Calcule la amplitud promediada en espines para la difusión e-e (asuma altas energías, i.e.  $m_e=0$ ) y en el CM, calcule la sección eficaz de difusión  
 b) Ídem para e- $\mu$  en el CM a altas energías ( $m, M = 0$ ).  
 c) Calcule la sección eficaz diferencial en el CM para el proceso anterior, en función de la energía  $E$  del electrón y del ángulo de difusión.

54. Calcule la sección eficaz diferencial para el efecto Compton en el referencial de laboratorio. El resultado es la fórmula de Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\pi \alpha^2}{m^2} \left( \frac{\omega_f}{\omega_i} \right)^2 \left[ \frac{\omega_f}{\omega_i} + \frac{\omega_i}{\omega_f} - \sin^2 \theta \right]$$