2014 - FÍSICA DE PARTÍCULAS - 4

22.
La regla de Fermi permite calcular en mecánica cuántica la *probabilidad de transición por unidad de tiempo para un estado inestable* (partícula, núcleo, nivel atómico molecular), y el resultado es una CONSTANTE llamada λ, constante de desintegración.

a) Calcule la probabilidad de que una partícula no decaiga en el intervalo (0,t), dividiendo el mismo en n intervalos y haciendo finalmente el límite $n \to \infty$; deduzca la ley de desintegración radioactiva a partir de este resultado.

b) A partir de la ley de desintegración radioactiva deduzca ahora que la probabilidad de desintegración para una partícula, por unidad de tiempo, es λ constante para cualquier tiempo t.

c) Considere $P_n(t+\Delta t)$ la probabilidad de observar n decaimientos en el intervalo $(0,t+\Delta t)$, y obtenga una ecuación que relacione su derivada temporal con $P_{n-1}(t)$ y $P_n(t)$. Obtenga a partir de esta ecuación una expresión para $P_n(t)$, usando la condición límite $P_n(0)=0$.

d) Calcule con $P_n(t)$ el número medio de desintegraciones $\langle N \rangle$ en (0,t) y la dispersión $\Delta N = (\langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle)^{1/2} = (\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2)^{1/2}$.

e) Calcule la probabilidad de observar entre $\langle N \rangle - \Delta N$ y $\langle N \rangle + \Delta N$ partículas desintegrándose en el intervalo (0,t). Compare con la distribución normal (68,2827..%)para diferentes valores de $\langle N \rangle$ (4, 100, 10000, 90000, por ejemplo).

23.
a) Muestre que I, R_+, R_-, R_a, R_b y R_c son todas las transformaciones de simetría de un triángulo equilátero a,b,c. Escriba la tabla de multiplicación.

b) Construya una representación 3x3 del triángulo y una representación (no trivial) de dimensión 1. Esta última, ¿es una representación fiel? (si es así hay un homomorfismo pero no un isomorfismo entre ambos conjuntos).

c) Muestre que las matrices unitarias forman un grupo. Ídem pero de determinante uno.

d) Considere una matriz u de SU(2) y la matriz $h = \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}$. La transformación $h' = u\, h\, u^{-1} = \mathbf{r}' \cdot \boldsymbol{\sigma}$ define una transformación de las coordenadas (x,y,z). Sea R(u) la matriz que relaciona **r** y **r'**. Muestre que R(u) define una rotación de las coordenadas y es por tanto real y ortogonal.

e) Si u es diagonal, indique qué rotación representa. Ídem para u real. Usando estos resultado construya la matriz u correspondiente a los ángulos de Euler: $u(\alpha,\beta,\gamma) = u_1(\gamma)\ u_2(\beta)\ u_1(\alpha)$. Muestre que la matriz – u representa la misma rotación.

“Existe entonces un homomorfismo bi-valuado entre el grupo de matrices de SU(2) y el grupo de las rotaciones en 3 dimensiones SO(3).”

24.
a) Muestre que el decaimiento beta, tal como se lo pensó originalmente, $n \to p + e^-$, viola la conservación de momento angular. Indique el espín que debería asignarse al neutrino en el decaimiento beta:

$$n \to p + e^- + \nu_e$$

b) En el decaimiento $\Delta^{++} \to p + \pi^+$ indique los valores posibles del momento orbital en el estado final.

c) Un electrón en el átomo de hidrógeno tiene momento angular orbital uno. Si el momento angular total es J=3/2, y $m_J = 1/2$ indique la probabilidad de medir al electrón con $m_s = 1/2$.

d) Considere dos partículas de espín 2, cada una en un estado con m_s=0. Indique los valores posibles y las probabilidades de medir diferentes valores del momento angular total del sistema si el momento angular orbital es cero.

25.
a) Calcule los autovectores normalizados y autovalores del operador S_y.

b) Si un electrón está en el estado: $\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$ indique qué valores se pueden obtener midiendo S_y y con qué probabilidades.

c) Un electrón se encuentra en el estado de espín $\begin{pmatrix}1/\sqrt{5}\\ 2/\sqrt{5}\end{pmatrix}$, indique para los tres operadores $S_{x,y,z}$ los valores posibles que se obtienen en una medida y las probabilidades respectivas.

26.
a) Demuestre que $\sigma_i\sigma_j = \delta_{ij} + i\,\varepsilon_{ijk}\,\sigma_k$.

b) Calcule $[\sigma_i,\sigma_j] = \sigma_i\sigma_j - \sigma_j\sigma_i$ y $\{\sigma_i,\sigma_j\} = \sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i$.

d) Muestre que para dos vectores **a** y **b** se cumple $\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{a}\ \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{b} = \mathbf{a}\times\mathbf{b} + i\,\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{a}\times\mathbf{b}$.

e) Demuestre que $\exp(i\sigma_z/2) = i\,\sigma_z$.

f) Calcule la matriz U que representa una rotación de 180^0 alrededor del eje "y" y muestre que transforma ↑ en ↓ .

g) Muestre que $U(\vec{\theta}) = \cos(\theta/2) - i\,\hat{\theta}\cdot\vec{\sigma}\sin(\theta/2)$ donde el vector $\vec{\theta}$ es de módulo θ y en la dirección del eje de rotación.

27.
a) Indique el isospín $|\,I, I_3\rangle$ de las siguientes partículas: Ω^-, Σ^+, Ξ^0, ρ^+, η, K^0.

b) Verifique que la fórmula de Gell-Mann y Nishijima asigna correctamente isospín a quarks y antiquarks u, d, s.

28.
Encuentre el cociente entre las secciones eficaces de las siguientes reacciones, asumiendo que la energía en el CM es tal que el canal $I = 3/2$ domina en las reacciones:

$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^0 + K^0$; $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$; $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$.

29.
En la curva siguiente se muestra la sección eficaz total de dos procesos. Comparando las curvas determine el isospín de cada resonancia indicada. La notación es N(m) para una resonancia de I = 1/2 y Δ(m) para una de isospín I = 3/2. Con esta notación un nucleón es N(939) y la partícula delta Δ(1232). Asígnele nombres a las resonancias y encuéntrelas en PDG.

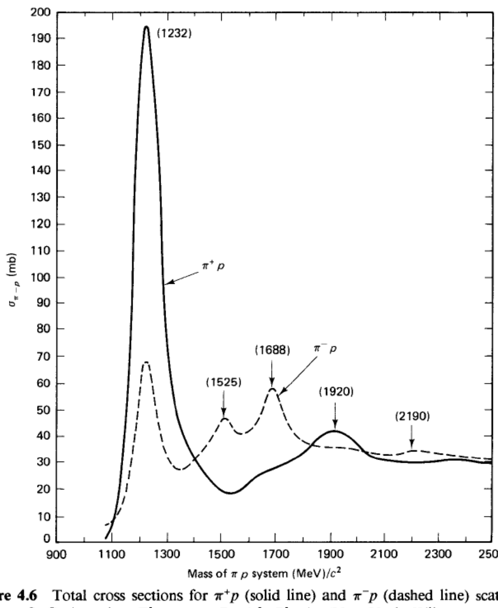

Figure 4.6 Total cross sections for π^+p (solid line) and π^-p (dashed line) scattering. (*Source:* S. Gasiorowicz, *Elementary Particle Physics* (New York: Wiley, copyright © 1966, page 294. Reprinted by permission of John Wiley and Sons, Inc.)

30.
a) La partícula α es el núcleo de helio. Dado que no existe isótopo del hidrógeno de peso atómico 4, y tampoco del ^4Li, indique el isospín de α.

b) La reacción $d + d \rightarrow \alpha + \pi^0$ nunca se ha observado. Explique.

c) ¿Se puede esperar que un estado ^4Be exista? ¿Y un estado ligado de 4 neutrones?

31.
Imagine que usted quiere informar a algunos amigos, habitantes de una galaxia lejana compuesta enteramente por antimateria, que los humanos tienen el corazón en el lado izquierdo; usted quiere comunicarlo de forma no ambigua y sin enviar un sacacorchos, luz polarizada circularmente o neutrinos. ¿Cómo lo haría?

32.
a) ¿El neutrino es autoestado de P? En caso afirmativo, indique su paridad intrínseca.

b) ¿Cuáles de los decaimientos a piones de K^+ viola paridad?

c) Identifique los decaimientos dominantes del mesón η. Estos permiten clasificarla como partícula "estable", ya que ninguno de ellos es puramente fuerte. Explique porqué el canal a dos piones está prohibido para interacciones fuertes y electromagnéticas., mientras que el canal a 3 piones es permitido para interacciones electromagnéticas pero no para fuertes.